CONSIDERAZIONI

SOPRA

IL MOTO

E

LA MECCANICA.

CONSIDERAZIONI

SOPRA

IL MOTO

E

LA MECCANICA

De' corpi sensibili, e de' corpi insensibili.

DI

PAOLO MATTIA DORIA.

IN AUGUSTA MDCCXI.

Appresso Daniello Hopper.

INTRODUZIONE.

Sono alcuni anni già passati che, a cagion di alcuni discorsi, avuti con eruditi amici intorno alle proprietà del moto de' gravi sopra i piani inclinati, e sopra i piani perpendicolari; Io presi a pensare sovra tal materia: e sì ne avvenne, che m' indussi a darne alle stampe un picciol Trattato, nel quale alcune altre considerazioni ancora sopra la Meccanica si contenevano. Credei sì fermamente, che niuno impedimento si dovesse frammettere alla pubblicazione di un' opera tanto innocente, quanto è il semplice moto meccanico de' corpi; che mi sono avanzato a darlo per pubblicato nella mia Opera della Vita civile, *e dell'* Educazione del Principe, *che ultimamente in istampa ho dato fuori. Ma forse per me avventurosamente è avvenuto, che per comandamento, al quale devo, senza esaminar ragione, interamente umiliarmi, io mi sia astenuto di distribuirne gli esemplari: imperciocchè ho avuto frattanto miglior agio di esaminarlo diligentemente, e di più chiaramente esplicarlo, ed in alcuni errori ancora emendarlo. E, quel ch' è più, se l' amor proprio (siccome sempre avviene agli uomini) non mi lusinga, della dimostrazione ancora di alcune sottilissime proprietà del moto sono venuto ad arricchirlo.*

La prima considerazione, alla quale rivolsi il mio pensiero, si fu quella proprietà in Meccanica, da tutti gli antichi, e da' moderni Mattematici ricevuta; cioè, che la proporzione della gravità assoluta alla relativa di un grave, che scorre per un piano obbliquo, sia come la lunghezza del pia-

no inclinato all' altezza perpendicolare : *Proposizione , che infinite letterarie contese ha in questi ultimi tempi suscitate fra* il Signor Luc' Antonio Porzio, *ed altri uomini gravi e riveriti* d' *Italia*. *Io , non per amore di contraddire a lui , ne a veruno altro , ma solamente per mio diletto mi sono ingegnato , secondo il mio potere, di geometricamente dimostrarla ; considerando che nel modo , che hanno usato per dimostrarla gli antichi medesimi , qualche cosa di fisico si framischiasse : il quale modo lascia sempre nelle umane menti luogo alle nojose contese. E mi sono lusingato di essermici fortunatamente apposto ; perchè , a dimostrarla geometricamente , io non ho dato altra cosa per supposizione , e per diffinizione , se non che* : un corpo, il qual cade libero, cade a perpendicolo, e si accelera sempre di moto cadendo; *senza entrare nella determinazione di quanto precisamente si acceleri in ogni momento di tempo : ma con questa sola , nuda , e semplice nozione , che ho data per diffinizione , e con poche altre ugualmente note (come per esempio , che ogni corpo , che si muove per una direzione obbliqua all' orizonte , a cagione di qualche impedimento , si muove di moto impedito ; che vale a dire di moto , il quale ha relazione insieme alla propria forza , ed alla forza , che lo impedisce , come nella diffinizione VII.) mi sono poi affaticato di dimostrare la vera quantità dell' acceleramento del grave su i piani declivi , e , quel ch' è più ancora , nel perpendicolo . Ed in vero parmi che questo metodo perfettamente geometrico nominare si possa : perchè in fine , se lo paragoniamo alla Geometria , la quale ha per og-*

get-

getto la considerazione del corpo; e della quantità; vediamo ch' ella dà pure il corpo, come già fatto, con la sua proprietà delle tre dimensioni; la quale cosa pure non vi sono mancati uomini, che l' abbiano impugnata, o recata in dubbio, ed in particolare il Malabrance; il quale dice essere difficilissima a dimostrarsi l' Esistenza del corpo; *e per tal modo difficile, che, toltane (al suo dire) la rivelazione, alla quale tutti dobbiamo umiliare la nostra mente, egli non avrebbe verun modo di dimostrarla. Così adunque, se la Geometria è di vere dimostrazioni arricchita, assumendo solamente per vera l'esistenza del corpo, con la proprietà delle tre dimensioni, ancorchè non dimostrato; vero sarà ancora che in Meccanica, ove solamente il moto del corpo si considera, si potrà egli assumere, e dare per prima e conosciuta nozione, o sia per diffinizione, che il* corpo, il qual si muove libero, sempre si accelera. *Ed in fine, non sarà altra la differenza fra la Geometria e la Meccanica, se non che quella considera nel corpo, già nato, le proprietà delle figure, dalle quali nasce la quantità; e questa il moto, dal quale nascono i varj momenti, i varj pesi, e le varie accelerazioni.*

Dimostrata adunque (se la lusinga non m' inganna) geometricamente questa importantissima Proposizione, mi è venuto fatto di geometricamente ancora dimostrare quella, sin' adesso, per mio avviso, da niuno ancora dimostrata proposizione, e dal Galileo stesso, nella sua scienza del moto, *data semplicemente per supposizione; cioè*, che un corpo, il qual cade a perpendicolo, si accelera in ogni momento di

 tempo

tempo nell' ordine de' numeri impari ; ed è sempre in un numero quadrato.

Dimostrata geometricamente questa Proposizione , che al certo parmi , essere stata sin' ora da tutta la schiera de' Mattematici difficilissima riputata ; mi sono avanzato a dimostrare parimente tutte le proprietà delle sei macchine della Meccanica , senza fare veruna considerazione de' centri di gravità ; ma , col solo fondamento delle sopradette Proposizioni , già dimostrate , ho creduto eziandìo di rendere la Meccanica a perfetto metodo geometrico ridotta.

E perchè io ben conosco che dell' acceleramento de' gravi , che cadono liberi , si desidererebbe qualche ragione ; perciò nella fine di questo Trattato ho fatto un picciolo discorso sopra la meccanica de' corpi insensibili , per dare la ragione di questo acceleramento in generale : benchè ciò non sia (siccome già ho detto) al mio intendimento più necessario , di quello che sia la dimostrazione della formazione del corpo in Geometrìa.

Questa è l'Idea di questa Opera , che in brieve ho quì ristretta ; e questa forse è ancora la sincera confessione di quella lusinga , che a me , come a tutti gli altri , l' amor proprio in simiglianti cose suggerisce . Perchè in fine , in queste materie , che solamente particolari , che sono in tutto fuor di noi, riguardano , non possiam pretendere di persuadere agli uomini di senno , che altro motivo, fuorche quello di una lodevole ambizione , ci spinga a' così dure benchè dilettevoli fatiche : e quel solo , che (a mio credere) vi può rimanere di virtuoso esercizio,

si

si è talmente moderare l' amor proprio, che non si voglia (come il più delle volte avviene) far vero quel che si vuole : la qual cosa è la prima e principal cagione degli errori, ne' quali inciampa l' umana mente : ma all' incontro contentarsi, con chiarezza, e con buon' ordine di metodo, e con indifferenza di animo, trovare quel vero che è : e in fine lasciare talmente nella chiarezza della sua luce, e nella sua libertà la nostra mente, che sempre sia pronta a piegare verso il vero, & ad emendarsi, & a confessare il suo errore, quando di quello venga da i lumi, e dagli avvertimenti de' dotti e veri amici chiaramente convinta : siccome spero di esser' io, che all' emenda di tutti mi son sottomesso, nel mentre al giudicio di tutti gli eruditissimi uomini, queste mie considerazioni sopra il moto, quali elle siano, mi sono indotto ad esporre.

DIF-

DIFFINIZIONI.

I.

LA Meccanica conſidera il moto de' corpi di luogo a luogo.

II.

La forza del corpo, nell'atto del moto libero, ſi chiama moto aſſoluto, o pure momento totale, o pure gravità aſſoluta.

III.

In ogni corpo, che ſi muove di moto aſſoluto, ſi accelera il moto, e creſce il momento, e la gravità.

IV.

Ogni corpo, che ſi muove, ſi muoverà ſempre, finche non venga impedito da altro corpo.

V.

Ogni corpo, che impediſce il moto di un'altro corpo, o lo arreſterà in tutto, ponendolo in quiete; o lo divertirà dalla direzione naturale del ſuo moto; nella quale nuova acquiſtata direzione, ſi manterrà ſempre, finchè non ne venga turbato dall'impedimento, o dall'impulſo di una forza ſtraniera.

VI.

Ogni corpo ſi potrà muovere con infinite direzioni diverſe, le quali ſaranno ſempre o perpendicolari, o paralelle, o obblique all'Orizonte.

VII.

Ogni corpo, che ſi muove in una direzione obbliqua all'Orizonte, a cagione di un qualche impe-

impedimento, si chiama muoversi di moto impedito; che vale a dire, di moto relativo; cioè, che il suo moto averà relazione alla propria sua forza assoluta; & alla forza, che lo impedisce: il quale moto si chiama gravità relativa, o sia momento relativo; o pure è il momento, o sia il peso, che rimane al corpo, dopo quello, che se ne và, a cagione dell' impedimento, che riceve di cader libero.

VIII.

Quando un corpo si muove per una forza in tutto estranea, o sia per un moto tutto impresso, non perde niente della sua forza, o sia del suo *conato* a muoversi di momento assoluto.

POSTULATI.

I.

Ogni corpo, che si muove di luogo a luogo, si può intendere muoversi sopra di un piano, al quale sta applicato; e muoversi per proprio momento; o pure muoversi egli sopra il piano, fermo rimanendo il piano sottoposto.

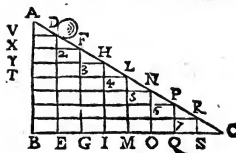
II.

Ogni corpo si può intendere diviso in quante parti si voglia, e fino all' infinito; e da ogni punto di ogni porzione di un corpo si può tirare una linea all' Orizonte, o ad altro piano obbliquo, ove si voglia, o pure a qualunque altro punto.

DEL MOTO ACCELERATO DE' GRAVI.

PROPOSIZIONE I.

Il moto assoluto al relativo di un grave, che corre per proprio moto per un piano obbliquo, è come la lunghezza del piano inclinato all' altezza perpendicolare.

CONSTRUZIONE.

FORMISI il Triangolo A B C, nel quale il piano obbliquo sia A C, e l' altezza perpendicolare A B; e dividasi la A C in infinite parti eguali, e siano A D, D F, F H, &c. Poi dalle dette parti

B ugua-

uguali tirinsi tante perpendicolari al piano orizontale soggetto, come D E, F G; H I, L M, N O, P Q, R S; poi dalle medesime parti uguali della A C, tirinsi le paralelle al piano orizontale, e siano D V, F X, H Y; e tutte le altre; poi segninsi li punti, ove le perpendicolari tagliano i piani paralelli, come per esempio D 2, F 3, H 4.

DIMOSTRAZIONE.

Il grave, per *la diffinizione* III., movendosi dal punto della quiete A, è disposto a cadere in B, con moto in tutto assoluto; ma cade in C, a cagione del piano obbliquo A C, che lo distorna. Dunque correrà per la A C con moto relativo, che lo allontanerà dalla sua direzione assoluta, o sia dal punto, ove lo dirigge il suo moto assoluto, per la lunghezza del piano orizontale B C.

Ma la propria forza del grave in ogni punto del piano obbliquo altra cosa non è, che le perpendicolari, tirate da tutti li punti delle parti uguali, nelle quali abbiamo diviso il piano obbliquo, come D E, F G, H I, &c.; Perchè, se il grave dal punto A sarebbe per se stesso, senza l' impedimento, caduto in B; egli è manifesto che, trovandosi in qualsivoglia punto della A C, se si torrà l' impedimento, caderà nel piano soggetto B C, o ne' piani a quello paralelli, come sono D V, F X, H Y: Dunque le perpendicolari, tirate a' piani orizonta-
li

li ſoggetti, ſono l'inclinazione aſſoluta del grave in ogni punto dell' obbliqua.

Ma ſe il grave dal punto D, anderebbe a cadere in 2, o vero in E; da F in 3, o vero in G; da H in 4, o vero in I; da L in 5, o vero in M; ed a cagion dell' impedimento, che riceve dalle porzioni del piano obbliquo A D, D F, F H, H L, &c., ſcorrendo per le linee A D, D F, F H, H L, cade ne' punti D, F, H, L, &c.; ne avviene che il grave nel punto L ſi ſarà allontanato dalla direzione aſſoluta, ch' egli aveva nel punto A, riſpetto al piano orizontale B C, per la lunghezza di L T, o ſia di B M; e dell' iſteſſo modo, giunto in C, ſi ſarà allontanato per tutta la diſtanza B C: per la qual coſa ne avverrà che il grave, quando ſarà giunto nel punto L, ſarà come fuſſe in T, o come fuſſe in M, e così in tutti gli altri punti. Dunque il piano A C è la forza, che impediſce il grave di cader libero, e 'l piano orizontale B C ſi può prendere per la miſura del diſcoſtamento dal piano perpendicolare; poichè la lunghezza del piano B C moſtra la forza, che ha il piano obbliquo di diſtornare il grave dalla prima direzione, che aveva nel punto della quiete A.

Ma le perpendicolari, tirate da tutte le parti uguali del piano obbliquo (da A D, da D F, da F H) dividono il piano orizontale B C in parti uguali, come B E, E G, G I, uguali ad V D, 2 F, 3 H, e così di tutte le altre fino nel punto C, e nelle parti uguali dell' obbliquo;

 come

come per esemplo in A il grave ha sempre l' inclinazione assoluta per cadere da A in V, in D per cadere in 2, in F per cadere in 3; Et è come D A ad A V, così F D a D 2, & come F D a D 2, così H F ad F 3: Adunque il grave, scorrendo per l' obbliquo, nelle parti proporzionali del piano obbliquo, e del perpendicolo, si allontana dalla prima direzione assoluta da A in B, con distanze, che sono uguali fra di loro, come B E, E G, G I. Ma le porzioni del piano obbliquo sono quelle, che hanno la forza di distornare il grave dalla prima direzione assoluta, cioè, sono la causa del moto relativo; e le parti del perpendicolo sono l' inclinazione assoluta, che rimane al grave, o sia la relativa, *come nella Diffinizione* VII.; Dunque il grave nel piano obbliquo camminerà con moto relativo, che averà sempre quella proporzione al moto assoluto del medesimo grave nello stesso piano obbliquo, che hanno i lati fra di loro, cioè di D A ad A V, di F D a D 2; o pure *componendo* di F A ad A X; che vale a dire del piano obbliquo, e del perpendicolo.

Adunque il moto assoluto, & il moto relativo nel piano obbliquo averanno la proporzione de' lati, cioè del piano obbliquo, e del perpendicolo.

Ma il moto nell' obbliquo, come relativo, è minore di quello nel perpendicolo, il quale è assoluto; Adunque sarà come il maggior piano al maggior moto, così il minor piano al minor moto; cioè, come A C ad A B, così il moto asso-

assoluto in A B al moto relativo in A C, cioè nella proporzione reciproca: ciò che si dovea dimostrare.

COROLLARIO.

LA gravità assoluta alla relativa del grave in ogni punto del piano obbliquo A C, sarà pure come la lunghezza del piano obbliquo all' altezza perpendicolare. Perchè il moto, e la gravità sono un' istessa cosa; mentre l' incremento della gravità, o sia del momento, dipende dall' incremento del moto; perchè se il grave è venuto in F, o in H con moto, che ha la proporzione al moto assoluto di F A ad A X, di H A ad A Y, anche in F si sarà accresciuto di gravità in una quantità, che averà proporzione alla gravità, che averebbe acquistata in X, per *la terza diffinizione*, nella proporzione di F A ad A X, e lo stesso in H, & in Y.

CONSIDERAZIONE.

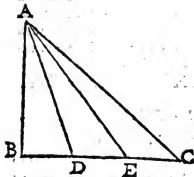
DA questo si vede che noi, astraendo il moto dalla gravità, facciamo nascere la gravità, o sia il peso dal moto; e, tutto al contrario di quello che fanno tutti gli altri meccanici, facciamo nascere la Meccanica dalla Statica, mostrando l' origine del peso, e dando la ragione di esso, e la rendiamo in questa guisa geometrica. Per la qual cosa dimostreremo ora l' istessa proposizione in altro modo, assumendo però indistintamente il peso, il moto, e la gravità per una cosa stessa.

OS-

OSSERVAZIONE I.

DImostreremo ora in altro modo l'istessa Proposizione, nella quale dimostrazione si vedrà meglio quanto le parti della base siano la misura della forza del piano obbliquo, e le perpendicolari la misura del momento assoluto.

IN ALTRO MODO

SUPPOSIZIONE GENERALE.

SEmpre che l'estremità di più piani obbliqui, li quali terminano ad un'istesso piano orizontale con il piano perpendicolare, come A D, A E, A C, sono più lontane dal punto estremo B del perpendicolo; un grave correrà con momento minore in quelli piani, che hanno l'estremità più lontana da esso punto estremo del perpendicolo; come, per esempio, correrà con momento minore in A C, che in A E; & in A E, che in A D; perchè in A C corre meno libero che in A E, come più impedito; e lo stesso in A D. Dalla qual cosa si deduce che

PRO-

Il momento di un grave, che scorra per due piani obbliqui diversi, è nella proporzione aritmetica delle parti della base: e la gravità assoluta alla relativa di un grave, che scorre per un piano obbliquo, è come la lunghezza del piano inclinato all' altezza perpendicolare.

DIMOSTRAZIONE.

PEr la Supposizione, il grave scorre la A D con momento, e celerità maggiore che la A E; e la A E con maggiore che la A C; e la A B con momento maggiore di tutte, come assoluto e libero. Fingiamo ora che due gravi partano da A, per andare in D, l' uno cadendo in B col suo moto libero, e da B poi andando in D; e l' altro vada da A a dirittura in D; ma che tutti due debbano trovarsi nello stesso tempo nel punto D: ciò che si può fare, perchè nella A D il grave corre con momento, e celerità minore che in A B, come relativa. Poi fingiamo che quello, che passa per lo perpendicolo, da A vada in E; pure come prima da A in B, e poi da B in E, sempre con moto equabile; e si truovi in E nello stesso tempo che quello, che và per lo perpendicolo, e poi per l' orizontale vi giunge ancora esso. Certo sarà che, per trovarsi nello stesso tempo in E, il grave, che va per A E, dovrà andare in tanto minor tempo di quello, che và per la A B, quanto il grave, che và per B E, impiega più di tempo a scorrere la B E, che la B D; perchè la A B, tanto nella prima caduta, quanto nella seconda, l' ha scorsa sempre nello stesso tempo.

Adun-

Adunque il grave ſcorrerà per la A E con momento, e celerità, tanto minore di quella, con la quale corre per la A D, quanto la B E ſarà maggiore della A B; e perciò ſarà nella proporzione aritmetica: & il momento, e la celerità nel piano obbliquo A D ſi compone dalla lunghezza de' lati A B, B D nel piano A D, e nel piano A E de i lati A B, B E.

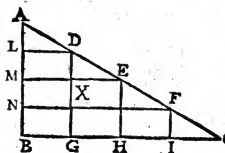
Conſideriſi poi un grave, cadente per un piano obbliquo ſolo, come per A C, *Figura ſeguente* e che il piano A C ſi divida in infiniti punti, dalli quali ſi tirino infinite paralelle alla B C: ſempre in ogni punto della A C il momento, o ſia il tempo del grave ſopra la A ſi comporrà del momento, o ſia del tempo, che egli ha nelle parti del perpendicolo, e delle paralelle. Dividaſi dunque, per eſempio, nelle parti uguali A D, D E, E F, F C, e poi all' orizontale B C ſi tirino le perpendicolari D G, E H, F I; Il momento del grave nel punto D ſi componerà de lati D C, G C, nel punto E de' lati E H, H C, nel punto F de' lati F I, I C, e così in tutti li punti della A C.

Adunque il grave nel punto E, per eſempio, averà momento doppio, che nel punto D. Perchè la M E è doppia della L D, come la A M è doppia della A L: ma ancora la A E è ad A D, come E M ad L D; Adunque il grave in E averà ancora la proporzione de i lati A E, & A M, e così in tutti gli altri punti, ſino nel C.

Ma il momento nel perpendicolo è maggiore del momento nell' obbliquo: Dunque ſarà, come il

mag-

maggior lato al maggior momento; così il minor lato al minor momento: cioè, come l' obbliquo al perpendicolo, così il momento assoluto al relativo: ch'è ciò che si dovea dimostrare.

COROLLARIO I.

LA gravità in D, e la gravità in L, saranno uguali; la gravità in E, e la gravità in M, sempre uguali. Perchè, se la gravità assoluta alla relativa del grave nel piano DA ha la proporzione di DA ad AL; se la DA sarà doppia di AL, il grave scorrerà per la AD con momento e celerità, che sarà la metà del momento assoluto in AL, in tempo doppio. Adunque in D, doppia di AL, averà acquistato il grave uguale momento che in L, ma in tempo doppio, correndo con celerità, e momento, che sarà la metà di quello, col quale arriva al punto L del perpendicolo AL.

CONSIDERAZIONE.

QUì è da notarsi che, essendo questa mia proposizione quella, che serve di base e di fondamento a quanto io devo trattare in quest' O-

pera intorno alle proprietà del moto, e della Meccanica; io non devo in alcun modo passar' oltre, dando per vera e stabilita questa Proposizione, quantunque ei mi sembri di averla in più modi con tutto il rigore geometrico dimostrata, se prima io non rispondo (per quanto da me si può) alle difficultà, che, intorno a questa proprietà, ha il Sig. Luca Antonio Porzio, pochi anni sono, nel suo libro *De Motu nonnulla* publicate. Perchè un Uomo, chiaro per tante pruove (com' egli è) deve non solo a me, ma a tutti fare grandissimo argomento, e tale che ponga qualunque uomo in dubbio della verità della Proposizione; quando però, con dimostrazione geometrica, la quale è all'autorità di chi che sia superiore, non se ne vegga convinto. Egli è ben vero però che il Sign. Luca Antonio ci ha lasciato ancora la lusinga di poter credere, che questa proprietà sussista anche dopo le sue difficultà: perchè ha voluto tacere in che consista l' errore, o il paralogismo, nel quale sono inciampati gli antichi nel dimostrarla: ma solamente, facendo una nuova ipotesi, in tutto diversa da quella de gli altri, si allontana, com' è necessario che avvenga, da tutti gli altri nelle conseguenze: il quale metodo è affatto nuovo, e non ancora praticato nelle materie geometriche, o in quelle, che con metodo geometrico si trattano. Per la qual cosa io ho tentato di dimostrarla, con modo per mio avviso più degli altri geometrico: ed ora costretto dalla necessità, che nasce dalla stima, che ho

di

di un tanto Autore (com'è il Signor Luca Antonio) intraprendo di dimostrare, in che consista l'abbaglio, ch'egli ha preso nell'impugnare gli Antichi.

OSSERVAZIONE II.

Quello adunque, che dice il Signor Luca Antonio Porzio, Uomo per tante pruove chiarissimo, a me (con sua pace) non sembra vero. Perchè il dire (come egli fa) che quella porzione di sfera, la quale taglia il piano obbliquo nel punto, dove la sfera tocca il piano, graviti tutta di gravità assoluta sopra il piano inclinato; solamente perchè egli presuppone che quella porzione graviti tutta sopra il punto, al quale ella si appoggia, e che sia tutta dal punto sostenuta (il quale sostentamento egli crede esser provato, solamente perchè dal punto dell'appoggio egli tira una linea perpendicolare, ed immaginaria al piano orizontale) a me sembra, dico, errore: e che egli prenda equivoco nella supposizione, assumendo una ipotesi, la quale non può assumere, perchè ella è falsa, ed assurda. Ciò che si pruova nel seguente modo:

Non è il punto solo, che fa il sostentamento, com'egli vuole, nella sua porzione lentiforme, ma bensì tutta la lunghezza del piano, siccome ho dimostrato nella Proposizione quì di sopra: perchè, se i punti del toccamento facessero l'appoggio, un paralellopipedo, posto sopra un pia-

no inclinato; costando ancor' esso d'infiniti punti, dalli quali si possono tirare infinite linee immaginarie perpendicolari al piano orizontale; il paralellopipedo, dico, secondo la supposizione del Signor Luca Antonio, averebbe da star fermo in un piano quanto si voglia inclinato, e star fermo in qualunque parte fusse posto del piano inclinato; mentre tutte le porzioni graviterebbero di gravità assoluta, avendo tanti appoggi, quanti sono i punti, de' quali costa il paralellopipedo. Dal che si conclude che la sua ipotesi è manifestamente falsa, come quella, dalla quale nasce un manifesto assurdo, come parimente è stato dimostrato da altri. Adunque rimane fermo ciò, che han detto gli Antichi, con dimostrazione però fisico-geometrica, e quello, che con dimostrazione pura geometrica, a mio credere, ho Io dimostrato in questa Proposizione. Rimane ora solamente a dimostrare in che cosa consista la falsità della ipotesi, ch' egli assume, e qual sia la cagione dell' abbaglio, ch' egli prende nell' assumere una sì fatta ipotesi.

L' abbaglio, ch' egli prende nel formar questa ipotesi, che, come ho già detto, non è a lui lecito di formare, nasce dal confondere il fisico coll' immaginario. Perchè, il volere che un corpo si appoggi ad un punto, e che il punto abbia la forza di sostentare un grave, solamente perchè da detto punto si può concepire una linea immaginaria, la quale vada a terminare al piano orizontale soggetto; egli è confondere,

re, come già ho detto, l' Idea del fisico coll' immaginario. Dirò più chiaramente: lo astraere il punto da tutto il piano, e dare poi al punto solo, dal piano separato, la forza di sostentare un grave, egli è un far paragone del punto con il solido, dell' immaginario col sensibile: ed in fine è la stessa cosa, come se uno dicesse che l' acqua, la quale sostenta un vascello nel mare, non sia tutta quella mole di acqua, ch' è bastante ad equilibbrarlo, e di cui concorre ogni parte a far l' effetto della bilancia; ma che solamente quella picciola porzione, sopra la quale si appoggia il vascello, fosse bastante a sostentarlo, separatane dall' intorno la rimanente acqua del mare: il che è manifestamente falso. In fine separare il punto dal piano, a tutto il quale, e non al punto, appartiene la forza di sostentare; egli è un' attribuire a i punti, ed alle linee immaginarie la forza del fisico sostentamento, ed un confonder l' Idea del fisico coll' immaginario, come ho detto: mentre in Meccanica si considera il moto libero del corpo fisico, e quello impedimento di moto, che nasce da' fisici sostentamenti: e non si può fare il paragone del moto e del momento di un corpo fisico con uno immaginario sostegno, come è un punto, ed una linea immaginaria. Onde resta evidentemente provato, esser tutta la lunghezza del piano obbliquo quella, che ha la forza di sostentare il grave; e che il grave fa forza sopra tutto il piano, sopra del quale scorre, e non già sopra il punto

solo

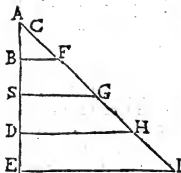
ſolo, al quale ſi appoggia; come han voluto ſin' ora tutti gli antichi, e non come ingegnoſamente sì, ma falſamente pretende il Signor Luca Antonio. Per la qual coſa biſogna anche concludere, che la ſemplice Geometria poco o nulla vale: e che, ſenza l'ajuto della metafiſica, ella non può mai far fare giuſta idea della eſſenza delle coſe, che ſi trattano; e quinci poi naſcono quei paralogiſmi, che oggidì oſſerviamo. Ritorniamo ora, dopo queſta brieve digreſſione, al noſtro aſſunto.

PROPOSIZIONE III.

Vn grave, che dal punto della quiete A, cade libero per lo perpendicolo in momenti di tempo uguali, ſi accelera nell' ordine de' numeri impari; & in ogni momento di tempo uguale ſi truova in uno ſpazio, ch' è numero quadrato.

SVPPOSIZIONE.

SVpponga ſi un grave partirſi dal punto della quiete A, & aver corſo in un momento di tempo la linea A B; dimodochè la A B ſia l'unità di tempo e di ſpazio: Poi tiriſi la A F doppia di A B (in queſto caſo per eſempio), e tiriſi la B F: poi prolunghiſi la A B in infinito in L, e la A F in I: poi prendanſi ſopra la A L quattro parti uguali alla A B, e ſiano B S, S D, D E: poi tirinſi le paralelle B F, S G, D H, E I: poi ſo-

A C B F S G D H E I L

ſopra la A F taglisi una porzione, che sia la metà di A B, e sia la A C.

DIMOSTRAZIONE.

IL grave è in B in un momento di tempo, per *la ſuppoſizione*, & in F, dupla di A B, ha uguale momento che in B, per il Corollario antecedente dell' antecedente Propoſizione; il quale momento aſſoluto lo acquiſta in due momenti di tempo *per la prima di queſto*. Ma pure, *per la prima di queſto*, nel primo momento ha fatto la A C una quarta parte di A F, ch' è metà di A B: Dunque farà la C F, tripla di A C, nel ſecondo momento di tempo. Ma come B A ad A F, così A F ad A E, cioè 1 a 2., 2 a 4. Dunque farà B E, tripla di A B, e ſeſtupla di A C in un' altro momento di tempo. Perchè, ſe nel perpendicolo ſi accelera del doppio, che nel piano obbliquo, *per la prima di queſto*; eſſendoſi nell' obbliquo A F nel ſecondo momento di tempo accelerato del triplo di A C; deve in un momento di tempo nel perpendicolo accelerarſi del ſeſtuplo di A C, e del triplo di A B, *ſempre per la prima di queſto*. E della medeſima maniera, ſe il piano A F farà triplo di A B, e ſi prenda la A C,

che

che ſia la terza parte di una terza parte di A F, e ſeſtupla di A B; il grave farà la A F in tre momenti di tempo; ne i quali tre momenti quello, che cade nel perpendicolo, ne farà nove ſpazj uguali alla A B, e tutti tripli di A C, e ſarà in L: perchè ſe nel primo ha fatto l' unità, ne i due momenti di tempo averà fatto otto ſpazj. E perchè nel ſecondo momento di tempo ne ha fatto tre, come abbiamo dimoſtrato poc' anzi, nel terzo ne averà fatto cinque, e ſi ſarà accelerato di due. Lo ſteſſo avverrà nella proporzione quadrupla fra il piano obbliquo, & il perpendicolo, nel quale ſi accelera di 7., e ſarà in 16. in quattro momenti di tempo; e lo ſteſſo nella quintupla, e ſempre col medeſimo ordine de' numeri impari; e così in tutte le altre, ſempre che ſi farà il paragone de' momenti di tempo, in cui il grave ſi accelera nel perpendicolo, con la lunghezza de' piani obbliqui; cioè, che abbiano alla unità la ſteſſa proporzione, che i momenti di tempo, ne i quali il grave ſcorre il perpendicolo, hanno alla unità; cioè, come uno a 2., 2. a 4., e come 1. a 3., così 3. a 9., e così ſempre nella reciproca proporzione fra il piano obbliquo & il perpendicolo. Ond' è, che il grave nel perpendicolo ſi accelera ſempre nell' ordine de' numeri impari, ritrovandoſi in ogni momento di tempo in un numero quadrato. Ch' è ciò che ſi dovea dimoſtrare.

CO-

COROLLARIO I.

LA lunghezza del piano obbliquo è media proporzione fra l' unità, presa per perpendicolo, e li spazj, che il grave trascorre per lo perpendicolo. Perch' è, come 1. a 4., così 4. a 16.; come 1. a 5., così 5. a 25., e così sempre.

COROLLARIO II.

A
B
C
D
E
F
G
S

IL grave in momenti di tempo uguali scorre spazj, che sono i quadrati de' momenti di tempo uguali, & in spazj uguali si accelera uniformemente. Perchè, se abbiamo dimostrato nell' antecedente Proposizione, che il grave nel secondo momento di tempo scorre spazio triplo di quello, che ha scorso nel primo momento di tempo; bisogna che dopo che ha scorso la B C, che rappresenta il secondo momento di tempo, & il secondo spazio, abbia acquistato momento, o sia forza doppia, per poter cadere in E, e scorrere la A E, quadrupla di A B: e lo stesso in tutte le parti della linea A S: ond' è che in D, triplo momento di tempo lo acquisterà triplo, e dello stesso modo in tutti. Questo è appunto quello, come si vede, che Galileo Galilei pose per supposizione, per poter

 poi

poi dimostrare il moto uniformemente accelerato, e che, secondo questo nostro metodo, viene per conseguenza delle cose dimostrate; la qual cosa come fisicamente si faccia, si vedrà nella seconda Parte.

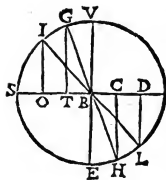
OSSERVAZIONE.

Questo è quello, che ho considerato intorno al momento de' gravi su i piani declivi, e sopra i perpendicolari; ne' quali parmi aver dimostrato geometricamente: *che l' accelerazione si faccia in momenti uguali, secondo i numeri impari nell' ordine de' numeri quadrati*. E tutto questo per aver' usato l' artificio di dimostrare prima la proposizione, che insegna, *che la Gravità assoluta di un grave sopra un piano inclinato, è alla relativa dello stesso grave come la lunghezza del piano obbliquo all' altezza perpendicolare* (la qual proposizione è quella, che il Sign. Luc' Antonio volea distruggere, e che io dovea sostenere, come tanto necessaria al mio proposito) e per aver fatto uso di quella unità, che nelle Geometriche speculazioni è di utile, per mio avviso, inestimabile. Passiamo ora a far vedere, come si possano trovare tutte le proprietà della Meccanica, servendoci solamente di questa dottrina del moto de' gravi su i piani obbliqui, che noi abbiamo rischiarata.

DEL-

DELLA BILANCIA

PROPOSIZIONE IV.

TEOREMA I.

SE un piano I L ſia diviſo per mettà, e tagli un' altro piano orizontale A S, al quale ſia ſoſpeſo nel centro B; & ad eſſo ſia applicato un corpo nell' eſtremità L; il piano I L, movendoſi per propria forza, deſcriverà un quadrante di cerchio A E; nella deſcrizione del quale mancherà ſempre di momento, nella proporzione, che 'l ſeno tutto ha alli ſeni degli archi, che deſcrive.

DIMOSTRAZIONE.

IL corpo, considerato in A, ha tutta la sua gravità assoluta; essendo che i corpi, i quali vanno a cadere perpendicolarmente all' orizonte, hanno tutta la gravità assoluta. Suppongasi che 'l corpo si muova: e perchè un piano, che si aggira intorno al proprio centro, si muove in cerchio, perciò il piano S A, si muoverà per lo quadrante A E: e suppongasi giunto in L, e poi in H; il moto suo sarà un moto, il quale averà relazione alla propria sua forza, & alla forza, che lo impedisce di cader libero, che sarà il piano B L: onde il corpo in ogni punto del quadrante sarà nell' estremità di un piano obbliquo. Sicchè, per la prima di questo, sarà la gravità assoluta alla relativa del corpo in L, come la B L alla L D; e l' assoluta alla relativa del corpo in H, come la B H, o sia la B L alla H C. Ma la B L ha maggior proporzione alla D L, che alla H C: Adunque maggiore sarà il momento, che perde in H, che in L: adunque ancora sarà minore il momento, che rimane in H, che in L, e perciò minore la velocità. Ma B L, o sia B H, sono eguali al seno tutto: adunque quanto la B H, o sia la B L, ha minor proporzione alla C H, che alla D L, tanto minore sarà il momento del corpo nel punto H, che nel punto L; e tanto maggiore la gravità, o sia il momento, che perde, e perciò tanto minore la velocità: e così in ogni punto: finchè sia giunto in

E,

E, ove il piano E I, non formando più triangolo, ma gravitando perpendicolarmente all' orizonte, graviterà tutto di gravità assoluta; onde descriverà un quadrante, il quale mancherà sempre di momento e di velocità nella proporzione del seno tutto, alli seni degli archi, che descrive.

TEOREMA II.

SE un corpo (nella medesima Figura) sia applicato all' Estremità I, del diametro L I, e descriva il quadrante S V, portato da una forza straniera, applicata al punto del piano B L; il corpo crescerà sempre di momento nella proporzione, che 'l seno dell' arco, che descrive, ha al seno tutto B I.

SUPPOSIZIONE.

SE il corpo sia giunto in I, poi in G; dico, che sarà come O I ad I B, così il momento assoluto al relativo in I; e come T G ad G B, così il momento assoluto al relativo in G.

DIMOSTRAZIONE.

IL grave aggirandosi per l' arco S V, non si muove niente per propria forza, ma solamente per la forza applicata all' estremità L del piano, che lo muove; onde, in ogni punto gli rimarrà intera tutta la sua inclinazione a cadere

dere libero per la perpendicolare(per la diffinizione VIII.); Onde è che giunto il grave in I, sarà portato da se stesso con tutto il proprio suo conato, a cadere nel punto O del piano orizontale soggetto; cioè a fare la I O seno dell' arco S I; e giunto in G, averà tutto il suo conato a cadere in T, seno dell' arco G S; ma viene sforzato a perdere la sua direzione, dalla forza del piano I B, semidiametro del cerchio. Adunque la proporzione del momento del corpo, in ogni punto del quadrante, sarà fra il suo momento totale e la forza, che lo impedisce: ma il suo momento totale cresce sempre, quanto più si allontana dal piano orizontale soggetto, nel quale sempre anderebbe a cadere; e le distanze del piano orizontale soggetto in ogni punto del quadrante, sono i seni degli archi, che descrive il grave, aggirandosi per lo quadrante portato dal piano: Adunque sarà, come la O I alla I B, così la gravità assoluta in I alla relativa nel medesimo punto I; e come la T G alla G B, così l' assoluta alla relativa in T: ch' è ciò che si dovea dimostrare.

COROLLARIO I.

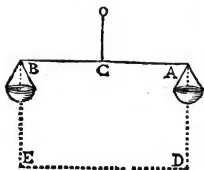
DUnque i momenti, e le celerità in L, & in I, saranno nella reciproca proporzione de i seni: cioè come D L ad I O, così il momento in I al momento in L; o pure come L B a B I, così il momento in I al momento in L.

Ma

Ma li triangoli , B L D, B I O, ſono eguali; dunque il grave in I ha acquiſtato tanto momento, quanto ne ha perduto in L.

COROLLARIO II.

ADunque due corpi di eguale momento, applicati l'uno nel punto I, l'altro nel punto L, rimarranno in equilibbrio; avendo la loro gravità aſſoluta, e la relativa reciproca proporzione fra di loro; cioè, che quanto il momento creſce nel quadrante I V, tanto manca nel quadrante A L.

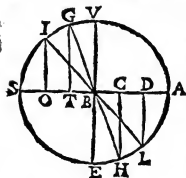
CONSIDERAZIONE I.

DA tutto ciò ſi vede la dimoſtrazione delle bilancie, le quali ſi equilibbrano, così ſtando obblique, come orizontali. Imperciocchè, ſtando obblique, hanno reciprochi fra di loro momenti aſſoluti, e relativi; e quando ſtanno orizontali, hanno tutto il momento aſſoluto; come ſi vede nella bilancia orizontale B A, nella quale i peſi in A, & in B, tendendo per le linee A D, & B E perpendicolari all'orizonte;

te; gravitano tutti di gravità assoluta : Onde altra non è la differenza, se non che obblique formano due triangoli, ed orizontali un parallellogrammo coll' orizonte, come si vede nella Figura.

CONSIDERAZIONE. II.

NOtisi, che siccome un corpo, che scorre libero per un piano obbliquo, si accelera sempre di moto; per modo che, scorrendo un' infinito piano obbliquo, passa per tutti i momenti di celerità, e cresce sempre di momento; così aggirandosi per un quadrante di cerchio, applicato all' estremità di un piano obbliquo, che è il braccio della bilancia, perderà sempre il corpo di momento, e perderà sempre di celerità: per modochè, nella descrizione del quadrante, passerà per tutti gl' infiniti gradi di tardità.

Da questo, cioè che un corpo perde sempre di momento, o sia di peso, quando gira per un quadrante di cerchio per la propria sua forza; è cagionata quella proprietà, che abbiamo detto poc' anzi osservarsi nelle bilancie: cioè, di equilibbrarsi due corpi di eguale grandezza, tanto in sito obbliquo, quanto in sito orizontale: permodochè sembra che in sito obbliquo essi abbiano lo stesso peso, siccome hanno lo stesso equilibbrio, che in sito orizontale: quando in verità non per altro si equilibbrano, se non perchè i due corpi, che sono in L, & in I, l' uno

uno nella deſcrizione dell' arco A L; è mancato di momento nella proporzione di B L ad L D; e l' altro, nella deſcrizione dell' arco S I, è creſciuto di momento nella proporzione di B I ad I O, ſecondo la Propoſizione. Ond' è, che la diminuzione del momento del peſo in L, e l' accreſcimento del peſo in I, eſſendo uguali, perchè ſono uguali li triangoli D L B, & B I O, fa sì che reſti l' equilibbrio del momento fra i corpi; ma che in verità nel momento fiſico, l' uno ſia mancato di peſo, l' altro creſciuto, benchè ugualmente: mentre il corpo in L è fiſicamente mancato di peſo, ed il corpo in I fiſicamente creſciuto, l' uno nella proporzione di B L ad L D, e l' altro nella proporzione di B I ad I O: per modo che ſe la bilancia aveſſe ſenſo, minore ſenſazione di peſo ſentirebbe nel ſoſtenere i peſi poſta in ſito obbliquo, che poſta in ſito orizontale.

CONSIDERAZIONE III.

EGli è di ſomma importanza il conſiderare; che il corpo, quando và in linea circolare, portato dal proprio peſo, & non da una forza eſtrinſeca, manca di momento, e di celerità; e

quando è portato da una ſorza ſtraniera ed impreſſa, creſce di momento, e di celerità; eſſendo queſto una vera pruova di ciò, che dice il Galileo, cioè, che il moto naturale de' corpi e il circolare; e che il retto, e l' obbliquo ſono tutti moti violenti. Perchè ſi vede che il corpo, il qual ſi aggira per lo quadrante, ſoſtenuto dal braccio della bilancia, ſolamente perche và per la propria ſua forza, e per una direzione naturale, perde di celerità, e di peſo: onde ſi deve credere che, ſe aveſſe la forza naturale di aggirarſi per tutto il cerchio ſenza ſoſtegno, come hanno i corpi primi: averebbe celerità non miſurabile in tempo, ma inſtantanea & impercettibile, come naturale e non isforzata, e non cagionata da continovi nuovi impulſi de' corpi proſſimi (come è quella, che dipende dal moto retto, e dall' obbliquo) ed inſieme non averebbe niuno peſo. Mentre ſi vede che la celerità, e lo accreſcimento de' momenti ne' corpi da altro non è cagionato, ſe non dall' impulſo, che ricevono dalle forze ſtraniere, e dal loro reſiſtere al moto impreſſo: e perciò ſono portati violentemente per una direzione in tutto oppoſta a quella, alla quale inclinano per loro natura. Dal che ſi ſcorge ancora eſſer vero lo che dice Renato; cioè, che il peſo non è che una minor leggierezza; vedendoſi ch' ei vien cagionato dall' appartarſi i corpi dal moto circolare e naturale, nel quale non hanno verun peſo. Ma di ciò meglio ragioneremo nella ſeconda parte di queſta Opera.

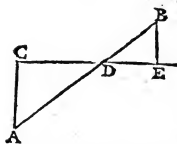
DEL-

DELLA VETTE

PROPOSIZIONE VI.

TEOREMA

Nella Vette A B, che sega il piano orizontale C E, in D, talchè A D sia maggiore di D B; com' è A D a D B, così è il peso, o sia la forza in B alla potenza in A.

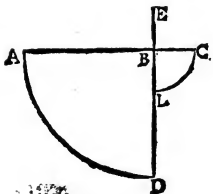
DIMOSTRAZIONE.

Come D A ad A C, così la gravità assoluta alla relativa del peso in A, per la *Prima di questo*; e come D B a B E, così l' assoluta alla relativa del peso in B, *per l' istessa*: e *permutando*, sarà come D A a D B, così la gravità assoluta in A all' assoluta in B; e come C A a B E, così la relativa in A alla relativa in B. Ma perchè, *per l' anteced.*, quanto il momento manca in A, tanto cresce in B; sarà, come A D, lato maggiore, a D B lato minore; così il peso in B al peso in A.

COROLLARIO I.

PErchè la A C alla B E ha la stessa proporzione, che C D a D E; il peso in A, & il peso in B, o sia il momento, saranno nelli punti B & A, & in tutti gli altri punti del quadrante, che descrivono, nella proporzione reciproca delle distanze della vette, & ancora nella proporzione di C D ad D E.

COROLLARIO II.

DA ciò si conosce che nelle vetti, quanto più il lato C A perde di proporzione al lato A D, o sia E B a B D; cioè quanto più cresce di lunghezza; tanto più li pesi in A, & in B si diminuiscono di celerità, e di peso nella descrizione del quadrante; & all' incontro, quanto più li lati C A, & B E acquistano di proporzione alli lati A D, & D B, tanto più li corpi acquistano di celerità, e di peso.

COROLLARIO III.

DA questo si vede ancora che nelle vetti orizontali, come in A C, è ancora, come A B a B C, così la forza in C al peso in A: imperciocchè, supponendosi essere passati per tutto il quadrante

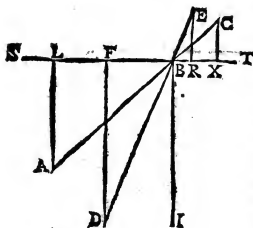
D

D A, & per tutto il quadrante C L; sempre mantenendosi fra la potenza & il peso la stessa proporzione (*per l' antecedente*); giunti in A, & in C, in cui tutti gravitano di gravità assoluta, rimarranno nella stessa proporzione; e sarà solamente la differenza fra la vette e la bilancia, che nella bilancia i quadranti de' cerchi sono uguali, e quì solamente simili, come A D, & L C.

PROPOSIZIONE VII.

TEOREMA VII.

Come il seno tutto S B è al seno di complemento F B dell' angolo S B D, angolo d' inclinazione di B D; così il momento del corpo, posto in F orizontalmente, al momento del corpo in S.

DIMOSTRAZIONE.

PER lo *Corollario III. della Propos. anteced.* come S B a B R, così il peso in R alla potenza in S; e come F B ad B R, così il peso in R alla potenza in F: adunque, come F B a B S, così la po-

potenza in F alla potenza in S : Ma S B è uguale alla D B, ſeno tutto: Dunque, come S B ſeno tutto ad F B, ſeno di complemento; così la potenza in S alla potenza in F.

PROPOSIZIONE VIII.

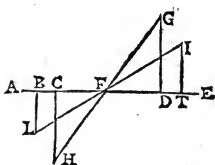
TEOREMA VIII.

La potenza in F ſarà uguale alla potenza in D, & il peſo in E uguale al peſo in R.

DIMOSTRAZIONE.

COme B D a B E, così il peſo in E alla potenza in D: ma come D B a B E, così F B a B R: Adunque come F B a B R, così il peſo in E alla potenza in D; e come F B a B R (o come D B a B E) così il peſo in R alla potenza in F. Dunque il peſo in E, e la potenza in D; il peſo in R, e la potenza in F, averanno la ſteſſa proporzione a D B, B E, & a F B, B R. E perciò, avendo tutti la ſteſſa proporzione ad una medeſima proporzione, il peſo in E ſarà uguale al peſo in R, e la potenza in F alla potenza in D. Onde, eſſendo in D, ſarà come ſe fuſſe in F; & eſſendo in R, come ſe fuſſe in E: ch'è ciò, che ſi dovea dimoſtrare. Lo ſteſſo avverrà nella vette C A, & in tutti gli angoli poſſibili delle vetti.

CON-

CONSIDERAZIONE I.

SE le vetti non averanno lo stesso punto di appoggio, pure averanno la stessa proporzione; e sarà come C F ad F D, così il peso in G al peso in H; e come B D a D T, così il peso in I alla potenza in L; e la potenza in H sarà uguale alla potenza in G, & il peso in D al peso in G: ciò che serve a poter calcolare la forza di una macchina, composta di diverse vetti, alle quali quasi tutte le macchine si riducono, sommando la forza di tutte le diverse vetti in vario sito, & in vario angolo collocate, coll' usare solamente l' artificio di tirare una linea orizzontale, come A E, alla quale si possano dalla estremità di tutte le vetti alzare perpendicolari.

CONSIDERAZIONE II.

DA ciò si scorge che, per lo mezzo di questo metodo, abbiamo dimostrato che un corpo, che si aggira per un quadrante di cerchio, passa per tutti gl' infiniti gradi di tardità. Imperciocchè abbiamo dimostrato che un corpo,

il

il quale ſi aggira per un quadrante, alla eſtremità di una vette, o di una bilancia applicato, perde di momento in ogni punto del quadrante. Ed altresì abbiamo dimoſtrato, che in ogni punto del quadrante di un cerchio poſſiamo avere il vero momento di un corpo: Ed eſſendo la circonferenza di un cerchio una linea, la quale coſta d' infiniti punti, ſiccome parimente abbiam dimoſtrato, in ogni punto di eſſo perdendo di momento il corpo: Dunque avrem pur dimoſtrato, li corpi paſſare per tutti gl' infiniti gradi di tardità, mentre paſſa per tutti gl' infiniti punti di un cerchio. Queſto vantaggio, che a me pare non poco conſiderabile, è uno di quelli, che ſi ricavano da queſto metodo, ſpogliato dalla conſiderazione de' centri di gravità: perchè non credo che ſia giammai poſſibile ad aſſegnarſi l' infinita variazione de' centri di gravità di un corpo in tutti gl' infiniti punti d' una circonferenza di cerchio; o, quando pure ſi aſſegnaſſe, non credo che fuſſe di veruno utile per ritrovare la infinita variazione de' momenti de' corpi in tutti i punti de' piani obbliqui, e de' quadranti de' cerchi, come noi per lo mezzo di queſto metodo abbiamo fatto.

PRO-

PROPOSIZIONE IX.

TEOREMA IX.

LA Barca L, scorrendo per lo piano del mare in linea retta, per la forza di un remo, che comincia la sua azione in B, e la termina in I, si accrescerà sempre di moto per tutto il tempo, che il remo fa la sua azione da B sino in E; e perderà sempre di moto, quanto più il remo si avvicina da E, al punto I.

SUPPOSIZIONE.

SUpponghasi il remigante, con la mano in A, ponere il remo in acqua nel punto B, e portarlo di modo che passi per tutti li punti B, C, D, E, F, G, H, I, tutti sotto l' acqua, fuo-

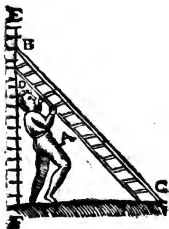
ri che in B, & in I, che ſono nella ſuperficie ſuperiore: e ſuppongaſi dalla mano A cadere una perpendicolare ſotto l' acqua, la quale ſia perpendicolare a tutti li piani orizontali, che ſi ſuppongono tirati da tutte l' eſtremità del remo, ſino alla perpendicolare che cade dalla mano A, come da B, C, D, E, ſino in I: dico, che la barca, andando verſo L, acquiſterà ſempre di moto per tutto il tempo, che 'l remo và da B in E, e perderà di moto per tutto il tempo, che và da E in I.

DIMOSTRAZIONE.

SUppongaſi la perpendicolare, comune a tutti li piani orizontali (che qui è inviſibile, perchè và ſotto acqua) eſſere A K. or, eſſendo tutti li piani, che partono dalle eſtremità B, C, D, E, ſempre l' uno ſuperiore all' altro; cioè il piano B ſuperiore al piano C, il piano C ſuperiore a D &c. taglieranno ancora maggiore porzione della perpendicolare A K, a tutti eſſi piani comune: cioè il piano che parte da B ne taglierà maggior porzione di quella, che ne taglia il piano C; e 'l piano C ne taglierà maggiore di quella, che ne taglia il piano D, e così ſucceſſivamente ſino in E. Di modo tale che il piano E ne taglierà meno del piano D, il piano D meno del piano C, il piano C meno del piano B. Ma da E in poi, li piani che partono dalle eſtremitadi F, G, H, I, taglieranno ſempre maggiore porzione della perpendicolare

lare A K, quanto più si accostano ad I, e divengono più alti . Or perchè il remo A B è sempre il medesimo, si potranno considerare tanti triangoli , quanti sono li piani; cioè A B K, A C K, A D K, A E K, A F K, e tutti gli altri fino ad A I K: ne' quali, perchè la perpendicolare, corrispondente al piano, che parte da B, è minore di quella, che corrisponde al piano, che parte da C, e così sempre fino in E, dove la perpendicolare è più lunga di tutte; ne avverrà, che da B fino E sempre anderà crescendo la proporzione del remo all' altezza perpendicolare; cioè sarà maggiore in C che in B, in D maggiore che in C: onde è che, rappresentando il remo il piano inclinato, ne avverrà, per la *seconda di questo*, che la gravità assoluta del peso della barca avrà sempre maggiore proporzione alla gravità relativa da B fino in E: onde sempre, da B fino in E, acquisterà di moto: ed all' incontro perchè da E fino in I, la perpendicolare averà sempre maggiore proporzione al remo A B, quanto più è vicino ad E; cioè in E maggiore che in F, ed in F maggiore che in G; ne avverrà che la barca nel tempo, che il remo và da E fino in I, perderà sempre di moto, o sia di velocità: che è quello: che si dovea dimostrare.

PROPOSIZIONE X.

TEOREMA X.

SE ſi voglia alzare un peſo appoggiato ad un muro perpendicolare, come la ſcala B C, nella quale l' uomo A ſia in mezzo fra la ſcala e 'l muro; l' uomo ſentirà ſempre tanto meno fatica in alzarla, quanto più l' eſtremità B della ſcala ſi avvicinerà al punto E; e ſempre farà tanto maggior forza a ſoſtenerla, quanto più ſi avvicinerà al punto F.

DIMOSTRAZIONE.

PErchè B C ha maggior proporzione a F B, che a F E, *per la ſeconda di queſto*, maggiore ſarà la gravità aſſoluta del peſo, cioè della ſcala, in B, che in E, e perciò maggiore dovrà eſſer la forza: l' iſteſſo avverrà in tutti li punti della B F: che è ciò, che ſi dovea dimoſtrare.

CONSIDERAZIONE I.

QUeſti ſono i tre generi delle Vetti, i quali hanno, ſecondo tutti i *Meccanici*, il punto di

di appoggio ; o sia il fulcimento, la potenza, ed il peso : cioè quella del primo genere il punto d'appoggio in mezzo, la potenza ad una dell' estremità, il peso all' altra : quella del secondo genere il peso in mezzo, come la Barca L, il punto d' appoggio nella mano del remigante A, e la potenza nelli punti del remo, come I H G: quella del terzo la potenza in mezzo, il punto d' appoggio, o sia il fulcimento ad una delle estremità, ed il peso all' altra.

CONSIDERAZIONE II.

NOtisi, che nella Vette del secondo genere si conosce esser falso ciò, che dicea *Aristotile*, cioè, che la potenza consistesse nella mano del remigante : perchè si vede che la barca riceve la forza, o sia l' impulso, dal remo per li diversi piani dell' acqua, e non dalla mano, che è il semplice punto d' appoggio.

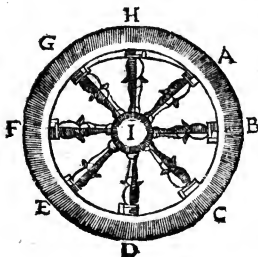
DEL-

DELLA RVOTA

PROPOSIZIONE XI.

TEOREMA XI.

Se la Ruota E F G H sia mossa per una forza applicata al centro comune di tutte le Vetti, come sono E A, F B, G C, e tutte le altre; la Ruota si muoverà di un moto sempre eguale, sino a tanto che durerà l' impressione.

DIMOSTRAZIONE.

LA Vette F B, di braccia uguali descrivendo il quadrante sino in D, mancherà sempre di momento in proporzione delli seni degli archi, che descrive: ma il braccio I B, descriven-

vendo il quadrante B H, mosso da una forza estranea, e sempre uguale, applicata alla estremità F, crescerà sempre di momento in proporzione delli seni degli archi, che descrive; e li seni degli archi, che descrive nel moto, per lo quadrante F D, sono tutti eguali a' seni che fa per lo quadrante B H, mentre le braccià sono eguali: adunque quanto perde di moto dalla parte F, nella descrizione del quadrante F D, tanto ne acquista dalla parte B, nella descrizione del quadrante B H; onde il moto sarà sempre eguale & uniforme. E perchè tutte le altre Vetti, come A E, B F, G C, sono pure di braccia eguali, in esse avverrà l' istesso: onde, movendosi tutte le Vetti, che compongono la Ruota, di moto eguale ed uniforme, tutta la Ruota si muoverà di moto eguale ed uniforme: che è ciò, che si dovea dimostrare.

COROLLARIO I.

DA questo si vede che, se a due punti estremi della Ruota, come in F, ed in B; o pure in E, ed in A, o a qualsivogliano altri siano applicate due forze eguali; la Ruota si manterrà immobile, e le forze in equilibbrio: perchè la forza, applicata in F, che inclina l' asse F B verso D, (ove mancherebbe sempre di forza in proporzione de' seni degli archi) è eguale alla forza applicata in B, che la farebbe crescere nell' istessà proporzione per tutto il quadrante B H: onde, essendo eguali le braccia

F I,

F I , I B , rimarranno in equilibbrio , e sarà , come una bilancia.

COROLLARIO II.

SI conosce ancora che , quanto la ruota acquista di forza , tanto perde di celerità , e di tempo : perchè quanto saranno più lunghe le braccia , che la compongono , tanto avrà da descrivere un cerchio , il quale essendo di maggiore diametro , vi vorrà più tempo per compirlo; ma avrà più forza per sostenere un peso , perchè le braccia della Vette sono più lunghe.

CONSIDERAZIONE.

SI osservi che tutta la Meccanica sopra altro non è fondata, che sulla Vette; e che le altre macchine, come la *Ruotà* , e la *Troclea* a' varj generi delle Vetti si riducono; e le altre due , cioè il *Cuneo* , e la *Vite* altra cosa non sono , che piani inclinati , siccome ha benissimo conosciuto *Renato* . Onde , avendo noi dimostrato il nascimento , e le proprietà della Bilancia , e della Vette , al piano inclinato riducendola ; abbiamo già compiuto quello , che era nostro intento in questa Prima Parte ; cioè di dimostrare le proprietà delle macchine meccaniche per una via pura geometrica , e senza l' uso de' Centri di gravità . Per questa considerazione adunque io sarò brevissimo nelle altre tre macchine , che rimangono , cioè la *Troclea* , il *Cuneo* , e la *Vite*.

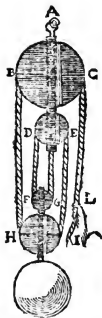
DEL-

DELLA TROCLEA

PROPOSIZIONE XII.

TEOREMA XII.

Nelle Troclee, quì rappresentate, la B C, & la D E, sono Vetti del primo genere; e le H I, & F G, sono Vetti del secondo genere.

DIMOSTAZIONE.

ABbiamo dimostrato, la Ruota essere una bilancia, o sia una Vette perpetua: ma la Troclea B C, applicata ad un punto per la sua scarpa, è una Ruota mossa in cerchio dalla corda L C, che, toccandola nel punto C, per lo mezzo della mano in L, che tira di alto in basso, la fa muovere in cerchio intorno al proprio centro: Adunque la corda L C, sarà la potenza. Ma la corda L C, mo-

vendo in cerchio la Vette B C, tira ancora la corda H B; la quale, in virtù della potenza L C, si muove di basso in alto; cioè di un moto, che resiste alla forza della potenza L C: Adunque la H B sarà il peso, che si muove intorno al centro: adunque sarà una Vette del primo genere. L' istesso avverrà della D E. Che poi le H I, & F G, siano Vetti del secondo genere, si dimostra: perchè la corda E G, la quale tocca la Ruota H I, nel punto I, è mossa da E verso I: ond' è rapita dalla B H, che và da D in E, cioè di basso in alto: dal che avviene che la H B sarà la potenza: la quale corda non passando per la periferia del semicerchio, ma per lo diametro H I, o sia per le Vette H I; il punto d'appoggio non sarà nel centro della H I, dove è la forza della resistenza della corda H B, che si oppone al moto della potenza B H; ed il peso M, corrisponde al centro della Troclea H I: adunque è Vette del secondo genere: e l' istesso dell' F G: che è ciò che si dovea dimostrare.

COROLLARIO I.

DA questo si vede che le due Troclee B C, D E, non accrescono la forza, ma solamente facilitano il moto delle Troclee di esse Vetti del primo genere, nelle quali la potenza è eguale al peso; e le due all' incontro F G, H I, tirano e sostengono il peso nella proporzione, che diremo appresso.

CO-

COROLLARIO II.

SI vede ancora chiaramente, che le corde delle Troclee, ſupponendoſi il peſo in equilibbrio con la potenza in L, ſono egualmente diſteſe: perchè le due B C, D E, eſſendo Vetti del primo genere, la L C deve eſſere eguale alla B H, e la G E alla D F: e delle due altre, che ſono del ſecondo genere (avendo noi dimoſtrato, che ſoſtengono il peſo M) ſe una, come la B H, fuſſe più teſa che la E I, ella moverebbe il peſo, che abbiamo preſuppoſto ſtare in equilibbrio con la potenza.

COROLLARIO III.

DI più ſi vede che, eſſendo le corde egualmente teſe, le quattro corde L C, G E, F D, H B, ove ſono appoggiate le Troclee H I, F G, che ſoſtengono il peſo M; ſoſterranno ciaſcuna eguale porzione del peſo.

COROLLARIO IV.

DA queſto s' inferiſce ancora chiaramente che, come l' unità è al numero delle corde, che ſoſtengono le Troclee di baſſo, cioè H I, F G, così è la potenza in L, al peſo M, quando la potenza ed il peſo ſono in equilibbrio: perchè, avendo detto che ſolamente le Troclee di baſſo fanno l' ufficio di tirare il peſo, e nel *Corollario antecedente* che tutte le quattro corde

 ne

ne ſoſtengono eguale porzione; la potenza in L, appoggiata ad una corda ſola, ſoſtenendole tutte quattro, ſarà la quarta parte della forza, come l'unità è al numero delle corde.

PROPOSIZIONE XIIII.

TEOREMA. XIIII.

Quanto la potenza acquiſta di forza, per ſoſtenere un peſo, per lo mezzo di più Troclee, tanto perde di momento e di tempo.

DIMOSTRAZIONE.

Perche, per lo *Corollario antecedente*, la potenza L, è al peſo M, come l' unità è al numero delle corde, che ſoſtengono le Troclee F G, H I; o pure come il doppio del numero delle Troclee; ſe in vece di eſſere due le Troclee di baſſo, ſaranno 4, la potenza, la quale era al peſo come 1. a 2. ſarà poi come 1. a 8. onde acquiſterà il doppio di forza per ſoſtenere il peſo; ed il peſo M perderà la metà del momento, altro non eſſendo il momento, che il peſo iſteſſo. Perderà ancora e di ſpazio e di tempo; perchè, per alzare il peſo, per eſempio, di un palmo, tutte le quattro corde, che ſoſtengono le Troclee di baſſo, dovranno accortarſi di un palmo: onde la corda C L dovrà accortarſi di quattro: e ſe, in vece di eſſere due Troclee, ſaranno quattro, dovrà accortarſi

taſi in otto : ciò che dovrà farlo in doppio ſpazio di tempo : onde quanto la potenza acquiſterà di forza , tanto perderà di momento ; e di ſpazio , e di tempo : chè è ciò che ſi dovea dimoſtrare.

DEL

DEL CVNEO

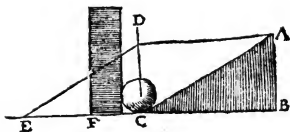
PROPOSIZIONE XIV.

TEOREMA XVI.

Nel Cuneo A B C, la gravità assoluta della palla C, è alla relativa, come la lunghezza della base C B è all' altezza perpendicolare B A.

ESPOSIZIONE.

SIa la B C egnale alla C E; e ſuppongaſi la palla, appoggiata al muro D C, alzarſi per tutta l' altezza C D, eguale all' altezza A B, in virtù della forza del Cuneo; che paſſando per ſotto la palla, la fa paſſare per tutta la lunghezza del piano inclinato C A: mentre, preſupponendoſi ſcorrere il Cuneo per la B E, ſi preſuppone ancora adattarſi a C E, eguale a B C.

DI-

DIMOSTRAZIONE.

LA palla, paſſando per tutta la C A, nel mentre il cuneo ſcorrendo per la B E, ſi adatta in C E, ſarà ſempre tanto più ſoſtenuta, quanto ſarà in un punto della C A, più vicino ad A; overo quanto più ſi alzerà per lo muro C D, in punti più vicini al punto D: ma eſſa ſi alza tanto più verſo il muro C D, quanto più la baſe B C, ſi avvicina verſo E: adunque quando la B C ſarà in C E, la palla ſarà in D, ſommità della C D, eguale alla A B, ed avrà ricevuto tutto il ſoſtenimento, che può dare il cuneo A B C: adunque la gravità aſſoluta alla relativa della palla C, ſarà come C D a B A.

COROLLARIO I.

PErchè il cuneo, per muoverſi, ha di meſtieri di una potenza in A, che lo ſpinga verſo E; ancora la potenza ſarà al peſo, come C B a B A: mentre la potenza avrà ſempre tanto meno biſogno di forza, quanto più la palla acquiſta di ſoſtentamento, o pure quanto più perde di gravità aſſoluta.

CON-

CONSIDERAZIONE.

AVvertasi, che quì si considera il cuneo solamente assoluto, non considerando in esso la scabrosità della superficie, che in questa macchina è moltissima, & assai più che in tutte le altre; ed in modo che i Meccanici, per servirsi utilmente della forza, vi applicano per potenza la percussione, come si osserva tuttodì.

CONSIDERAZIONE II.

NOtisi che la palla, passando per tutti li punti del piano declive C A, del cuneo, acquista sempre maggior gravità relativa, quanto più si avvicina alla sommità A, come abbiamo detto nella dimostrazione.

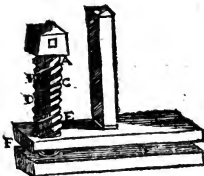
DEL-

DELLA VITE

LA natura della Vite è la ſteſſa, che quella di un piano inclinato, il quale ſoſtenga un peſo, che dalla eſtremità della baſe ſcorra per tutta la lunghezza di eſſo piano inclinato: con queſta differenza però, che nella vite i piani inclinati ſi aggirano in forma di una ſpirale all' intorno di un tronco, poſto perpendicolarmente all' orizonte; come al tronco A E, perpendicolare all' orizonte, ſi aggirano tre ordini di ſpira da E in D, i quali fanno la figura de' piani inclinati. E in queſto differiſce però dal Cuneo, che nel Cuneo la palla non acquiſta più gravità relativa, che quanto la baſe ha di proporzione con l' altezza perpendicolare; & nella vite, in virtù dell' artificio di diſporſi in linea ſpirale, ella acquiſta aſſai maggiore gravità relativa, con pochiſſima altezza perpendicolare: come meglio ſi vedrà nella ſeguente Propoſizione.

PROPOSIZIONE XV.
TEOREMA XV.

Nella Vite, la potenza è al peso come la lunghezza di tutte le spirali, sciolte, e ridotte in linea retta, all' altezza di tutta la Vite.

SUPPOSIZIONE.

LA linea A B, nel Cuneo, come nella *Figura pag. 55.* rappresenta il moto del peso, che equivale nella vite alla linea A E: mentre il peso, in virtù della vite, aggirandosi per tutti quanti i punti delle spirali E D, D C; C B, B A, scorre per tutta la lunghezza A E; e la linea C A, *nella stessa fig.* rappresenta il moto della potenza: altro la potenza non essendo, che tutte le spirali, le quali, aggirandosi sempre per sotto il peso, fanno ch' egli passi per tutti i punti di tutte esse spirali, e si elevi da E fino in A.

DIMOSTRAZIONE.

PErchè (*per la Considerazione II. della Proposizione antecedente*) quanto più il peso C, che passa

paſſa per tutti li punti del piano declive C A, ſi accoſta alla ſommità A , tanto più acquiſta di gravità relativa ; paſſando nella vite E A per tutti li punti di tutte le ſpirali , da E ſino in A; in ogni punto di eſſa vite acquiſterà maggiore gravità relativa : onde quanti ſaranno li punti delle ſpirali , che circondano la E A (come da E in D , da D in C , e tutte le altre) tanto al peſo ſi aggiugnerà di gravità relativa : onde quanto ſarà la lunghezza di tutte le viti , che circondano la E A , tanto ſarà la lunghezza del piano declive , che avrà ſcorſa . Dal che avviene che come la lunghezza di tutte le ſpirali, ſciolte e ridotte in linea retta , ſono all' altezza perpendicolare A E , così ſarà la potenza al peſo : il che facea d' uopo dimoſtrare.

CONSIDERAZIONE.

DA queſto chiaramente ſi conoſce , che la vite avrà tanto più di forza , quanto più le ſpirali ſaranno ſtrette e rinſerrate fra di loro : perchè maggiore ſarà la lunghezza della linea retta , naſcente da tutte le ſpirali , ſciolte e ridotte in linea retta .

Da quanto abbiam detto ſinora intorno alle ſei macchine, evidentemente ſi conoſce, ch' elle tutte alla natura del piano inclinato ſi riducono : con queſta differenza ſola fra di loro , cioè , che le tre prime , come la Vette , la Bilancia , e la Ruota , aggirandoſi per un quadrante di cerchio , generano infiniti piani inclinati ; ed in queſta guiſa

sa il corpo loro applicato passa per tutti gl' infiniti gradi di tardità; in vece che nel Cuneo, e nella vite il corpo passa per gli piani inclinati già generati. Ciò che, a mio credere, ha cagionato appunto che tutti i Meccanici abbiano sì ben conosciuto, esser il Cuneo, e la Vite piani inclinati; ma non già che la Bilancia, la Vette, e la Ruota siano dell' istessa natura del piano inclinato: e che su quella proprietà del piano inclinato, che tutti i Meccanici nella Statica, e non già nella prima parte della Meccanica ripongono, si possa comporre una Meccanica intera, per mio avviso assai più commoda; perchè ella saria geometrica, e non intrigata con l' uso de' centri di gravità, e da uno solo purissimo principio dipenderebbe; il quale porta assai più lungi le proprietà delle macchine: potendosi avere per questo metodo nella Bilancia, e nella Vette, e nella Ruota, in ogni punto del quadrante, il vero momento del corpo, che in esso si aggira. Ma perchè, quantunque da noi si sia ritrovato, siccome Io credo, un' altro metodo di dimostrar la Meccanica, mercè del quale si potrebbono, come ho detto, con più esquisita diligenza tutti i momenti de' corpi trovare; nulladimeno rimane sempre da desiderarsi la conoscenza della vera ragione, perchè i corpi, a queste macchine applicati, abbiano con le loro potenze quelle proporzioni, che di sopra abbiamo conosciuto loro convenirsi; perciò mi sono sforzato di penetrare in una più interna e più profonda Meccanica, ch' è quella de'

sot-

ſottiliſſimi corpi, a noi inſenſibili; dalli quali ſoli credo avere origine le proprietà del moto, che ne' corpi a noi ſenſibili ſi oſſervano. Mi ſono adunque ſtudiato, con le proprietà dell' etere, dimoſtrare, per quanto mi è ſtato poſſibile, la natura del moto accelerato; la quale *Galileo* ritrovò per lo mezzo della ſola eſperienza; e che è quello, dal quale Io penſo che le proprietà, da noi oſſervate nella Meccanica, dipendano. Onde ſulla conſiderazione di dovere eſaminare la natura del primo, e del ſecondo elemento de' corpi, che noi diciamo inſenſibili, ancorchè in noi efficaciſſimi nelle loro operazioni ſiano; ho ſtimato a propoſito col nome di Meccanica de' corpi inſenſibili la ſeguente Seconda Parte di queſto Trattato appellare.

Fine della Prima Parte.